

Examen de Análisis de Variable Compleja.
Cuarto curso de Matemáticas.
7 de Julio de 1997.

1. Sean z, w números complejos distintos de cero. Estúdiese la validez de cada una de las siguientes igualdades:

a) $\log(zw) = \log(z) + \log(w)$; **b)** $\log(e^z) = z$; **c)** $(z^2)^{1/2} = z$.

2. Integrando la función $z \mapsto \frac{\log(z)}{1+z^4}$ a lo largo de la frontera del conjunto

$$\{z \in \mathbb{C} : \varepsilon < |z| < R, 0 < \arg(z) < \pi/2\} \quad (0 < \varepsilon < 1 < R)$$

calcular las integrales

$$\int_0^{+\infty} \frac{\log(x)}{1+x^4} dx, \quad \int_0^{+\infty} \frac{1}{1+x^4} dx.$$

3. Construir un isomorfismo conforme del dominio

$$\Omega = \left\{ z \in \mathbb{C} : |z| < 1, \left| z + \frac{5}{4}i \right| > \frac{3}{4} \right\}$$

sobre la mitad del disco unidad abierto que está contenida en el semiplano superior.